

Чтобы выразить новую базисную переменную $(x_N)_q$ через новый набор небазисных переменных, включающий $(x_B)_p$, преобразуем p -ю (ведущую) строку симплекс-таблицы (2):

$$(x_B)_p = \xi_{pq}(x_N)_q + \sum_{j \neq q} \xi_{pj}(x_N)_j,$$

откуда

$$(x_N)_q = \frac{1}{\xi_{pq}}(x_B)_p - \sum_{j \neq q} \frac{\xi_{pj}}{\xi_{pq}}(x_N)_j. \quad (3)$$

Исключим теперь $(x_N)_q$ из остальных строк симплекс-таблицы (2), для чего подставим $(x_N)_q$ из (3) в каждую i -ю строку ($i \neq p$):

$$\begin{aligned} (x_B)_i &= \xi_{iq}(x_N)_q + \sum_{j \neq q} \xi_{ij}(x_N)_j = \\ &= \xi_{iq} \left[\frac{1}{\xi_{pq}}(x_B)_p - \sum_{j \neq q} \frac{\xi_{pj}}{\xi_{pq}}(x_N)_j \right] + \sum_{j \neq q} \xi_{ij}(x_N)_j = \\ &= \frac{\xi_{iq}}{\xi_{pq}}(x_B)_p - \sum_{j \neq q} \frac{\xi_{iq}\xi_{pj}}{\xi_{pq}}(x_N)_j + \sum_{j \neq q} \xi_{ij}(x_N)_j = \\ &= \frac{\xi_{iq}}{\xi_{pq}}(x_B)_p + \sum_{j \neq q} \left(\xi_{ij} - \frac{\xi_{iq}\xi_{pj}}{\xi_{pq}} \right) (x_N)_j, \end{aligned} \quad (4)$$

а также в строку целевой функции:

$$\begin{aligned} z &= d_q(x_N)_q + \sum_{j \neq q} d_j(x_N)_j = \\ &= d_q \left[\frac{1}{\xi_{pq}}(x_B)_p - \sum_{j \neq q} \frac{\xi_{pj}}{\xi_{pq}}(x_N)_j \right] + \sum_{j \neq q} d_j(x_N)_j = \\ &= \frac{d_q}{\xi_{pq}}(x_B)_p - \sum_{j \neq q} \frac{d_q\xi_{pj}}{\xi_{pq}}(x_N)_j + \sum_{j \neq q} d_j(x_N)_j = \\ &= \frac{d_q}{\xi_{pq}}(x_B)_p + \sum_{j \neq q} \left(d_j - \frac{d_q\xi_{pj}}{\xi_{pq}} \right) (x_N)_j. \end{aligned} \quad (5)$$

Рассмотренное преобразование симплекс-таблицы по существу представляет собой отдельный шаг метода Гаусса — Жордана, обычно применяемого для решения систем линейных алгебраических уравнений и основанного на приведении матрицы коэффициентов системы к единичной матрице.

Используя соотношения (3), (4) и (5), а также полагая, что в новой симплекс-таблице для смежного базиса p -я строка соответствует новой

базисной переменной $(x_N)_q$, а q -й столбец — новой небазисной переменной $(x_B)_p$, можно получить необходимые формулы пересчета для вычисления элементов новой симплекс-таблицы по известным элементам текущей симплекс-таблицы:

1) для ведущей строки:

$$\bar{\xi}_{pq} = \frac{1}{\xi_{pq}}, \quad (6)$$

$$\bar{\xi}_{pj} = -\frac{\xi_{pj}}{\xi_{pq}} = -\bar{\xi}_{pq}\xi_{pj}, \quad j \neq q. \quad (7)$$

2) для остальных строк ($i \neq p$):

$$\bar{\xi}_{iq} = \frac{\xi_{iq}}{\xi_{pq}} = \bar{\xi}_{pq}\xi_{iq}, \quad (8)$$

$$\bar{\xi}_{ij} = \xi_{ij} - \frac{\xi_{iq}\xi_{pj}}{\xi_{pq}} = \xi_{ij} - \bar{\xi}_{pq}\xi_{pj} = \xi_{ij} + \xi_{iq}\bar{\xi}_{pj}, \quad j \neq q. \quad (9)$$

3) для строки целевой функции:

$$\bar{d}_q = \frac{d_q}{\xi_{pq}} = \bar{\xi}_{pq}d_q, \quad (10)$$

$$\bar{d}_j = d_j - \frac{d_q\xi_{pj}}{\xi_{pq}} = d_j - \bar{d}_q\xi_{pj} = d_j + d_q\bar{\xi}_{pj}, \quad j \neq q. \quad (11)$$

Заметим, что строка целевой функции пересчитывается по тем же формулам, что и строки, которые не являются ведущими, поскольку целевую функцию можно рассматривать как базисную переменную, которая никогда не выходит из базиса.